

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Заинская средняя общеобразовательная школа № 2»  
Заинского муниципального района Республики Татарстан

РАССМОТРЕНО  
Руководитель МО  
  
Мухаметкильдина А.А.  
Протокол № 1  
от «29» августа 2023 г.

СОГЛАСОВАНО  
Зам. директора по УВР  
  
Галимова Р.К.  
«29» августа 2023 г.

УТВЕРЖДЕНО  
Директор МБОУ «ЗСОШ №2»  
  
Данилова В.А.  
Приказ № 143  
«29» августа 2023 г.



**ПРОГРАММА**  
**элективного курса по математике**  
**в 11 классе**  
**«Решение задач с параметром»**  
**на 2023 - 2024 учебный год**

Учитель: Мухаметкильдина А.А

Рассмотрено на заседании  
Педагогического совета  
Протокол № 1  
«29» августа 2023г.

2023 год

## **Элективный курс "Решение задач с параметром"**

Элективный курс «Решение задач с параметрами» предназначен для учащихся 11 класса, которые хотят научиться способам решения задач повышенного уровня сложности по алгебре и началам анализа.

### **Актуальность и перспективность опыта, его практическая значимость**

В связи с переходом на профильное обучение возникла необходимость в обеспечении углубленного изучения предмета и подготовки учащихся к продолжению образования. Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

### **Новизна опыта**

Разработана и апробирована программа элективного курса. Систематизирован теоретический и дидактический материал, отвечающий принципу последовательного нарастания сложности.

### **Результативность**

Учащиеся более уверенно решают нестандартные задачи, задачи с параметрами. Повысилось качество подготовки учащихся к итоговой аттестации и к сдаче ЕГЭ.

### **Адресная направленность**

Разработанный элективный курс может быть использован учителями математики при подготовке к ЕГЭ и вступительным экзаменам в вузы.

Особое внимание при повторении следует обратить на задачи, содержащие модуль и параметр. В обязательном минимуме этот материал представлен, но в школьном курсе алгебры такие задачи рассматриваются пока крайне редко, бессистемно, поэтому вызывают трудности у школьников. На экзаменах прошлых лет общеобразовательных классах, как правило, задачи с параметрами и модулями не решались, а если решались сильными учащимися, то только частично. Дело в том, что методы решения уравнений и неравенств с параметрами и модулями учащимся неизвестно. Поэтому учителю, прежде всего, необходимо познакомить учеников с приемами решения этих задач, и делать это нужно не от случая к случаю, а регулярно.

В процессе подготовки к экзамену необходимо отрабатывать у учащихся умение четко представлять ситуацию, о которой идет речь, анализировать, сопоставлять, устанавливать зависимость между величинами. Важно знакомить учащихся с различными способами решения задачи, а не отдавать предпочтение какому-то одному способу. Ученик должен знать, что при выполнении работы он может выбрать любой способ решения, важно, чтобы задача была решена правильно.

При подготовке к экзамену большое внимание следует уделять накоплению у учащихся опыта самостоятельного поиска решений, чтобы на экзамене каждый ученик был готов к полной самостоятельности в работе.

В связи с выше сказанным, возникла необходимость в разработке и внедрении в учебный процесс элективного курса по математике по теме: «**Решение задач с параметром**». Основными формами проведения элективного курса являются изложение узловых вопросов курса в виде обобщающих лекций, семинаров, дискуссий, практикумов по решению задач, рефератов учащихся.

### **Разработанный курс направлен на решение следующих задач:**

1. Формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету;
2. Выявление и развитие их математических способностей;
3. Подготовка к ЕГЭ и к обучению в вузе

## Пояснительная записка

Целью профильного обучения, как одного из направлений модернизации математического образования является обеспечение углубленного изучения предмета и подготовка учащихся к продолжению образования.

Основным направлением модернизации математического школьного образования является отработка механизмов итоговой аттестации через введение единого государственного экзамена. В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом (часть С), а также с кратким ответом (часть В), встречаются задачи с параметрами. Обязательны такие задания и на вступительных экзаменах в вузы.

Появление таких заданий на экзаменах далеко не случайно, т.к. с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, уровень логического мышления учащегося и их математической культуры.

Решению задач с параметрами в школьной программе уделяется мало внимания. Большинство учащихся либо вовсе не справляются с такими задачами, либо приводят громоздкие выкладки. Причиной этого является отсутствие системы заданий по данной теме в школьных учебниках.

В связи с этим возникла необходимость в разработке и проведении элективного курса для старшеклассников по теме: «Решение задач с параметрами».

Многообразие задач с параметрами охватывает весь курс школьной математики. Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

Задачи с параметрами дают прекрасный материал для настоящей учебно-исследовательской работы.

### Цель курса

- Формировать у учащихся умения и навыки по решению задач с параметрами, сводящихся к исследованию линейных и квадратных уравнений, неравенств для подготовки к ЕГЭ и к обучению в вузе.
- Изучение курса предполагает формирование у учащегося интереса к предмету, развитие их математических способностей, подготовку к ЕГЭ, централизованному тестированию и к вступительным экзаменам в вузы
- Развивать исследовательскую и познавательную деятельность учащегося.
- Обеспечить условия для самостоятельной творческой работы.

### В результате изучения курса учащийся должен:

- усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств систем уравнений с параметрами;
- применять алгоритм решения уравнений, неравенств, содержащих параметр,
- проводить полное обоснование при решении задач с параметрами;
- овладеть исследовательской деятельностью.

### Структура курса планирования учебного материала

#### Темы:

- I. Линейные уравнения с параметром . Понятие о равносильности уравнений. Свойства числовых равенств и теоремы о равносильности уравнений. 2ч
- II. Решения линейных неравенств, содержащих параметры. Основные свойства неравенств с параметром. Действия с неравенствами, содержащими параметр. 2ч
- III. Системы и совокупности неравенств с параметром. Решение рациональных неравенств с параметром методом промежутков. 2ч.
- IV. Понятие функции и ее применение при решении задач с параметром. Монотонность функции. Четность и нечетность. Линейная функция применительно к задачам с параметром. Квадратичная функция и ее применение к задачам с параметром. 2ч.

- V. Квадратные уравнения и неравенства, содержащие параметры. Теорема Виета для квадратных уравнений с параметром. Уравнения с несколькими переменными. Системы уравнений с параметром. 3ч
- VI. Применение теоремы Виета к определению знаков корней квадратного трехчлена с параметром. Расположение корней квадратного трехчлена, содержащего параметр.3ч.
- VII. Тригонометрические функции числового аргумента применительно к задачам с параметром. Основные тригонометрические тождества с параметрами. 2ч.
- VIII. Тригонометрические функции с параметром. Обратные тригонометрические функции и параметр в них. 4ч  
Иррациональные уравнения с параметром. 2ч
- IX. Решение тригонометрических уравнений с параметром.2ч
- X. Решение тригонометрических неравенств с параметром.2ч.
- XI. Показательные и логарифмические уравнения, содержащие параметры.2ч
- XII. Производная и ее применение для функций с параметром.2ч.  
Графические приемы решения. 2ч
- XIII. Текстовые задачи с использованием параметра. 2 ч

### **Краткое содержание курса**

#### **Первоначальные сведения.**

Определение параметра. Виды уравнений и неравенств, содержащие параметр.

Основные приемы решения задач с параметрам.

Решение простейших уравнений с параметрами разного вида

**Цель:** Дать первоначальное представление учащемуся о параметре и помочь привыкнуть к параметру. К необычной форме ответов при решении уравнений.

#### **I. Решение линейных уравнений (и уравнений приводимых к линейным), содержащих параметр.**

Общие подходы к решению линейных уравнений с параметром. Решение линейных уравнений, содержащих параметр.

Решение уравнений, содержащих параметр, приводимых к линейным.

Решение линейно-кусочных уравнений с параметром.

Применение алгоритма решения линейных уравнений, содержащих параметр.

Геометрическая интерпретация решений таких уравнений.

Решение системных уравнений с параметром.

**Цель:** Поиск решения линейных уравнений в общем, виде; исследование количества корней в зависимости от значений параметра.

#### **II. Решение линейных неравенств, содержащих параметр.**

Определение линейного неравенства с параметром.

Алгоритм решения неравенств с параметром.

Решение стандартных линейных неравенств с параметром, простейших неравенств с параметрами.

Исследование полученного ответа.

Обработка результатов, полученных при решении.

**Цель:** Выработать навыки решения стандартных неравенств и приводимых к ним, углубленное изучение методов решения линейных неравенств с параметром.

### **III. Системы и совокупности неравенств с параметром**

Системы неравенств с параметром

Совокупности неравенств с параметром

Решение рациональных неравенств, содержащих параметр методом промежутков

**Цель:** Выработать навыки решения систем неравенств и совокупности неравенств, содержащих параметр, углубленное изучение методов решения систем неравенств с параметром.

### **IV. Понятие функции и ее применение в задачах с параметрами.**

Понятие функции применительно к задачам с параметром.

Монотонность функции, применительно к задачам, содержащим параметр

Четность и нечетность функции

Линейная функция и ее применение при решении задач с параметром

Квадратичная функция и ее применение при решении задач с параметром.

**Цель:** Выработать навыки применения понятий функции при решении задач с параметром.

### **V. Квадратные уравнения, содержащие параметр.**

Актуализация знаний о квадратном уравнении, содержащем параметр. Исследования количества корней, в зависимости от дискриминанта в уравнениях с параметром.

Использование теоремы Виета в уравнениях с параметром. Исследование трехчлена, содержащего параметр.

Алгоритм решения уравнений с параметром.

Аналитический способ решения уравнений с параметром.

Графический способ решения уравнений с параметром.

Классификация задач, с позиций применения к ним методов исследования.

**Цель:** Формировать умение и навыки решения квадратных уравнений с параметрами.

### **VI. Применение теоремы Виета.**

Применение теоремы Виета к определению знаков корней квадратного трехчлена, содержащего параметр.

Расположение корней квадратного трехчлена, содержащего параметр.

### **VII-VIII-IX-X Тригонометрия и параметры**

Использование основных свойств тригонометрических функций в задачах с параметрами.

Тригонометрические уравнения, содержащие параметр.

Тригонометрические неравенства, содержащие параметр.

Область значений тригонометрических функций. Иррациональные уравнения с параметром

### **XI. Показательные и логарифмические уравнения, содержащие параметр.**

Свойства степеней и показательной функции и их использование в задачах с параметром.

Решение показательных уравнений и неравенств, содержащих параметры.

Свойства логарифмов и логарифмической функции и их использование для уравнений с

параметром. Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами.

**Цель:** Сформировать умение решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметрами, рациональные уравнения с параметром.

## **ХII. Производная и ее применение в заданиях с параметром.**

Касательная к функции и ее применение при решении задач с параметром.

Критические точки и их применение при решении задач с параметром.

Монотонность в задачах с параметром

Наибольшие и наименьшие значения функции и параметры

Построение графиков функций.

**Цель:** Познакомить учащихся с типом задач с параметрами на применение методов дифференциального исчисления.

## **ХIII. Текстовые задачи с использованием параметра.**

### **IX. Разные задачи.**

#### **Календарно – тематическое планирование (34 часа)**

№ урока	Тема	Дата		примечание
		План	факт	
1-2	Линейные уравнения с параметрами. Понятие о равносильности уравнений с параметрами. Свойства числовых равенств и теоремы о равносильности уравнений, содержащих параметр			
3-4	Решение линейных неравенств, содержащих параметры. Основные свойства неравенств с параметром. Действия с неравенствами, содержащими параметр.			
5-6	Системы и совокупности неравенств с параметром. Решение рациональных неравенств, содержащих параметр методом промежутков.			
7-8	Понятие функции и ее применение при решении задач с параметром. Монотонность функции. Четность и нечетность. Линейная функция применительно к задачам с параметром. Квадратичная функция и параметр			
9-11	Квадратные уравнения и неравенства, содержащие параметр. Теорема Виета и ее использование для уравнений с параметром. Уравнения с несколькими переменными, содержащие параметр. Системы уравнений с параметром.			
12-14	Применение теоремы Виета к определению знаков корней квадратного трехчлена, содержащего параметр. Расположение корней квадратного трехчлена с параметром.			

15-16	Тригонометрические функции числового аргумента. Основные тригонометрические тождества и их применение при решении задач с параметром			
17-18	Тригонометрические функции применительно к задачам с параметром			
19-20	Обратные тригонометрические применительно к задачам с параметром			
21-22	Иррациональные уравнения с параметром			
23-24	Решение тригонометрических уравнений с параметром			
25-26	Решение тригонометрических неравенств с параметром			
27-28	Показательные и логарифмические уравнения с параметром.			
29-30	Производная и ее применение при решении задач с параметром			
31-32	Графические приемы решения.			
33-34	Текстовые задачи с использованием параметра			

*Ожидаемый результат изучения курса:*

- умение самостоятельно добывать информацию и осознанно ее использовать при выполнении заданий;
- приобретение опыта в нахождении правильного и рационального пути решения задачи;
- практика работы в группе: умение распределять обязанности, учитывать мнение каждого члена группы, адекватно оценивать работу товарищей (при условии коллективной формы организации обучения).

#### **Формы контроля.**

Оценки за работу не ставятся, но даются устные замечания и рекомендации. Можно по желанию рассмотреть с учащимися рефераты над которыми они могут поработать или небольшие творческие работы. Можно так же рекомендовать работу над проектом.

#### Примерные темы рефератов:

1. Уравнения с параметром в заданиях ЕГЭ.
2. Неравенства с параметром в заданиях ЕГЭ.
3. Решение квадратичных уравнений и неравенств в заданиях ЕГЭ.
4. Уравнения с параметром в заданиях ГИА.
5. Неравенства с параметром в заданиях ГИА.
6. Решение квадратичных уравнений и неравенств в заданиях ГИА.
7. Из истории возникновения параметра.

#### Темы творческих работ:

1. Графические методы решения линейных уравнений и неравенств с параметрами
2. Графические методы решения квадратных уравнений с параметром
3. Графические методы решения комбинированных задач с параметрами

4. Графические методы решения задач математического анализа с параметрами
5. Графические методы решения квадратных неравенств с параметрами
6. Прикладные экстремальные задачи с параметрами
7. Задачи с параметрами на исследование функций

#### Темы проектов:

1. Основные методы решения рациональных уравнений и неравенств с параметрами.
2. Основные методы решения квадратных уравнений и неравенств с параметрами.
3. Основные методы решения системы двух линейных уравнений с одним или несколькими параметрами.
4. Основные методы решения систем уравнений с параметрами второй степени.
5. Различные виды уравнений и неравенств с модулем и параметром.
6. Тригонометрические уравнения и неравенства с параметром.
7. Применение различных методов при решении задач с параметрами (обобщенный метод интервалов, применение производной, графический метод, использование специальных свойств функций, метод решения относительно параметра).

#### Критерии оценки реферата

- ✓ новизна авторского текста (самостоятельность в постановке проблемы и формулировании нового аспекта известной проблемы),
- ✓ соответствие реферата теме,
- ✓ глубина и полнота раскрытия темы,
- ✓ адекватность передачи первоисточника,
- ✓ логичность, связность,
- ✓ доказательность,
- ✓ структурная упорядоченность (наличие введения, основной части, заключения, их оптимальное соотношение),
- ✓ оформление (наличие плана, списка литературы, культура цитирования, сноски и т. д.),
- ✓ языковая правильность.

Каждый учащийся на итоговом занятии может презентовать свою творческую работу, реферат или проект.

#### **Требования к знаниям и умениям учащихся.**

В результате освоения курса учащиеся должны

##### **знать:**

- основные методы решения задач с параметрами,
- аналитические и графические приёмы решения,
- свойства функций в задачах с параметрами,
- способы использования симметрии аналитических выражений.
- метод оценок в задачах с параметрами.

##### **уметь:**

- проводить исследование задачи от выявления способа её решения до получения результата;
- работать с дополнительной литературой, работать в рамках семинара;

Предлагаемый элективный курс соответствует современным целям общего образования, основным положениям концепции профильной школы.

### **Заключение**

Введение элективного курса «Решение задач с параметрами» необходимо учащимся в наше время, как при подготовке к ЕГЭ, так и к вступительным экзаменам в вузы. Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний

основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

Решение задач, уравнений с параметрами, открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале. Именно такие задачи играют большую роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников, Поэтому учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются с другими задачами.

### Литература

1. Горнштейн П.И. Задачи с параметрами. - М.: Гимназия, 2002.
2. Крамор В.С. Математика. Типовые примеры на вступительных экзаменах. - М.: Аркти, 2000.
3. Математика для поступающих в вузы //Сост. А.А.Тырымов. – Волгоград: Учитель, 2000.
4. Математика. Задачи М.И.Сканави. - Минск; В.М.Скакун,1998г.
5. Математика. «Первое сентября».№ 4, 22, 23-2002 г; №12,38-2001 г
6. Нырко В.А., Табуева В.А. Задачи с параметрами. - Екатеринбург; УГТУ,2001.
7. Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами. – М. Просвещение, 1988г
8. Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Уравнения и неравенства с параметрами. Издат МГУ, 1992г
9. Горбачев В.И. Методы решения уравнений и неравенств с параметрами, Брянск, 1999
10. Материалы по подготовке к ЕГЭ 2001-2012гг.

## Дидактические материалы для учащихся

## Практическая работа 1

1. Сколько различных корней имеет уравнение  $2x^2(x+1) = kx$  в зависимости от значения параметра  $k$ ?
2. Сколько различных корней имеет уравнение  $(x+3)(x+1)(x-2) = k(x+1)$  в зависимости от значений параметра  $k$ ?
3. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 2x - 2} = a$  имеет хотя бы одно решение.
4. Для каждого значения параметра  $a$  найдите число корней уравнения  $2(4x-1)a^2 - (14x-11)a + 5(x-1) = 0$ .

## Практическая работа 2

1. Для каждого значения параметра  $a$  решите систему

$$\text{уравнений: } \begin{cases} x + 8y = 3 \\ 2x + y = a \\ 5x + 16y = a^2 + 6a \end{cases}$$

2. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений  $\begin{cases} (5a^2 - 27a)x + 16y = 5a^2 - 32a + 6 \\ 5x - 8y - 3 = 0 \end{cases}$  имеет не менее восьми решений.
3. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений  $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x^2 + 4xy + 4y^2 - 18ax - 36ay + 85a^2 + 20a + 25 = 0 \end{cases}$  имеет единственное решение.

## Практическая работа 3

1. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых решением неравенства  $\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - (a-1)x - a} < 0$  является объединение двух непересекающихся интервалов.
2. При любом значении параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{5}{x-4a} > 4a$ .
3. При любом значении параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{1}{ax-a} > \frac{3}{4}$ .

## Практическая работа 4

1. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\sqrt{3ax+5a} = 3x+5$  имеет только одно решение.
2. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $(ax^2 - (a^2 + 12)x + 12a)\sqrt{x+5} = 0$  имеет только два решения.
3. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\sqrt{x^2 + 8x} - x = \frac{a}{2}$  имеет единственное решение.
4. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\sqrt{5x^2 + 6ax - 27a^2} = x + 3a$  имеет только два решения.

### Практическая работа 5

1. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых множеством всех решений неравенства  $(x - a - 4)\sqrt{x + 3a - 2} \leq 0$  является отрезок длины  $|a|$ .
2. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $\sqrt{3a^2 - x^2} \geq |x + a|$  имеет единственное решение.
3. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $(x - a - 4)\sqrt{x - 4a} \leq 0$  имеет единственное решение.
4. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых решением неравенства  $(x + a + 2)\sqrt{x - a - 1} \leq 0$  является отрезок.

Приложение 2

### Примерные задания для итогового занятия

1. Решите уравнение:  $\frac{b-5}{x+1} - \frac{7+3b}{x-2} = \frac{2bx-5}{x^2-x-2}$ ;
2. Решите уравнение:  $m = \frac{1}{m} + \frac{m-1}{m(x-1)}$ ;
3. При каких значениях  $a$  корни уравнения  $x^2 + (a^3 - 4a + 1)x + a^4 - 7a - 14 = 0$  равны 3 и -4?
4. Дано квадратное уравнение:  $(a-1)x^2 - (2a-1)x + a + 5 = 0$ . При каких  $a$  это уравнение имеет действительные корни? Исследовать знаки корней.
5. При каких значениях  $k$  уравнение  $(k-2)x^2 - 2(k+3)x + 4k = 0$  имеет один корень больше 3, а другой меньше 2?
6. При каких действительных значениях  $k$  оба корня уравнения  $(1+k)x^2 - 3kx + 4k = 0$  больше 1?

Приложение 3

### Тестовые задания для учащихся

#### ТЕСТ 1

#### Вариант I.

1. Решите уравнение  $k(x-4) + 2(x+1) = 1$  относительно  $x$ .

- а) при  $k=-2$  корней нет; при  $k = -2$  ;
- б) при  $k = -2$  корней нет; при  $k=-2$  ;
- в) при  $k=-2$  корней нет; при  $k = -2$  и  $k = 0,25$  .

2. Решите уравнение  $2a(a-2)x = a^2 - 5a + 6$  относительно  $x$

- а) при  $a=2$   $x \in \mathbb{R}$  ; при  $a=0$  корней нет; при  $a = 0$  и  $a = 2$  ;
- б) при  $a=2$   $x \in \mathbb{R}$  ; при  $a=0$  корней нет; при  $a = 0$  и  $a = 2$  ;
- в) при  $a=2$   $x \in \mathbb{R}$  ; при  $a=0$  корней нет; при  $a = 0$  и  $a = 2$  .

3. При каких значениях  $b$  уравнение  $1+2x - bx = 4+x$  имеет отрицательное решение.

- а)  $b < 1$  ;      б)  $b > 1$  ;      в)  $b = 1$

4. При каких значениях  $a$  парабола  $y = ax^2 - 2x + 25$  касается оси  $x$ ?

- а)  $a=25$  ;    б)  $a=0$  и  $a=0,04$  ;    в)  $a=0,04$ .

5. При каких значениях  $k$  уравнение  $(k-2)x^2 = (4-2k)x + 3 = 0$  имеет единственное решение?

- а)  $k=-5, k=-2$  ;    б)  $k=5$  ;    в)  $k=5, k=2$  .

Вариант II.

1. Решите уравнение  $2x(a+1) = 3a(x+1) + 7$  относительно  $x$ .

- а) при  $a = -2$  корней нет; при  $a = -2$  ;  
б) при  $a = -2$  корней нет; при  $a = -2$  ;  
в) при  $a = -2$  и  $a = -2$  корней нет; при  $a = -2$  .

2. Решите уравнение  $(a^2 - 81)x = a^2 + 7a - 18$  относительно  $x$

- а) при  $a = -9$   $x \in \mathbb{R}$  ; при  $a = 9$  корней нет; при  $a = -9$  и  $a = 9$  ;  
б) при  $a = 9$   $x \in \mathbb{R}$  ; при  $a = -9$  корней нет; при  $a = -9$  и  $a = 9$  ;  
в) при  $a = -9$   $x \in \mathbb{R}$  ; при  $a = 9$  корней нет; при  $a = -9$  ;

3. При каких значениях  $b$  уравнение  $2 + 4x - bx = 3 + x$  имеет отрицательное решение?

- а)  $b < 3$  ;      б)  $b < 2$  ;      в)  $b > 3$

4. При каких значениях  $k$  уравнение  $kx^2 - (k - 7)x + 9 = 0$  имеет два равных положительных корня?

- а)  $k = 49$ ,  $k = 1$ ;    б)  $k = 1$ ;    в)  $k = 49$  .

5. При каких значениях  $a$  уравнение  $ax^2 - 6x + a = 0$  имеет два различных корня?

- а)  $a \in (-3; 0) \cup (0; 3)$ ;    б) при  $a \in (-3; 3)$  ;    в)  $a \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

**ТЕСТ 2**

Вариант I.

1. Решите уравнение  $3 \cos x = 4b + 1$  для всех значений параметра.

- а) при  $b \in (-1; 0,5)$   $x = \pm \arccos$  ; при  $b \in (-\infty; -1] \cup [0,5; +\infty)$  реш.нет;

- б) при  $b \in [-1; 0,5]$   $x = \pm \arccos$  ; при  $b \in (-\infty; -1) \cup (0,5; +\infty)$  реш.нет;

- в)  $b \in (-\infty; -1] \cup [0,5; +\infty)$   $x = \pm \arccos$  ;  $b \in (-1; 0,5)$  при реш.нет;

2. Найдите все действительные значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\sin^2 x - 3 \sin x + a = 0$ .

- а)  $a \in [-4; 2]$  ;    б)  $a \in (-4; 2)$  ;    в)  $a \in [-4; 2)$ .

3. При каких значениях  $a$  уравнение  $\cos^4 x + \sin^4 x = a$  имеет корни?

- а)  $a \in [0,5; 1]$  ;    б)  $a \in [-1; 0,5]$  ;    в)  $a \in [-0,5; 1)$ .

**ТЕСТ 2**

Вариант II.

1. Решите уравнение  $\cos(3x + 1) = b$  для всех значений параметра.

- а) при  $|b| \leq 1$   $x =$  ; при  $|b| > 1$  реш.нет;

- б) при  $|b| \leq 1$  и  $b = 0$   $x =$  ; при  $|b| > 1$  реш.нет;

- в) при  $|b| > 1$   $x =$  ; при  $|b| < 1$  реш.нет;

2. Найдите все действительные значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\cos^2 x + a \sin x = 2a - 7$ .

а)  $a \in (2; 6)$  ; б)  $a \in (2; 4]$  ; в)  $a \in [2; 6]$ .

3. При каких значениях  $a$  уравнение  $\cos 6x + \sin 6x = a$  имеет корни?

а)  $a \in [0,25; 0,5]$  ; б)  $a \in [0,25; 1]$  ; в)  $a \in [-0,25; 1]$ .

Приложение 4

### Тест по теме «Уравнения с параметрами»

#### Вариант 1

1. Решите уравнение  $mx + 2 = -1$  относительно  $x$ .

а)  $x = -\frac{3}{m}$ , при  $m \neq 0$ .

б) 1) при  $m = 0$  корней нет;  
2) при  $m \neq 0$   $x = \frac{1}{m}$ ;

в) 1) при  $m = 0$  корней нет;  
2) при  $m \neq 0$   $x = -\frac{3}{m}$ .

2. Решите уравнение  $2a(a-2)x = a^2 - 5a + 6$  относительно  $x$ .

а) 1) при  $a = 2$   $x \in R$ ;  
2) при  $a = 0$  корней нет;

3) при  $a \neq 0$  и  $a \neq 2$   $x = \frac{(a+3)(a+2)}{2a(a-3)}$

б) 1) при  $a = 2$   $x \in R$ ;  
2) при  $a = 0$  корней нет;

3) при  $a \neq 0$  и  $a \neq 2$   $x = \frac{a-3}{2a}$

в) 1) при  $a = 2$   $x \in R$ ;  
2) при  $a = 0$  корней нет;  
3) при  $a = 3$  и  $a = 0$ ;

4) при  $a \neq 2, a \neq 0, a \neq 3$   $x = \frac{a-3}{2a}$

3. При каких значениях  $b$  уравнение  $1 + 2x - bx = 4 + x$  имеет отрицательное решение?

а) при  $b < 1$ ;  
б) при  $b > 1$ ;  
в) при  $b < -2$ .

4. При каких значениях  $a$  произведение корней уравнения  $x^2 - 4x + a^2 - 3a + 2 = 0$  равно нулю?

а) при  $a = -1, a = -2$ ;  
б) при  $a = 1, a = 2$ ;

в) при  $a = 2, a = 4$ .

5. При каком значении  $b$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 - (b + 2)x + b - 3 = 0$  принимает наименьшее значение?

- а) таких значений нет;  
б) при  $b = 9$ ;    в) при  $b = -1$ .

### Вариант 2

1. Решите уравнение  $nx - 7 = -3$  относительно  $x$ .

а) 1) при  $n = 0$  корней нет;

2)  $n \neq 0 \quad x = -\frac{10}{n}$ ;

б) 1) при  $n = 0$  корней нет;

2)  $n \neq 0 \quad x = \frac{4}{n}$ ;

в)  $x = \frac{4}{n}$

2. Решите уравнение  $(a^2 - 81)x = a^2 + 7a - 18$  относительно  $x$ .

а) 1) при  $a = -9 \quad x \in R$ ;

2) при  $a = 9$  корней нет;

3) при  $a \neq -9$  и  $a \neq 9 \quad x = \frac{a-2}{a-9}$

б) 1) при  $a = -9 \quad x \in R$ ;

2) при  $a = 9 \quad x \in R$ ;

3) при  $a \neq -9$  и  $a \neq 9 \quad x = \frac{a-2}{a-9}$

в) 1) при  $a = 9$  корней нет;

2) при  $a = -9 \quad x \in R$ ;

3) при  $a = 2 \quad x = 0$ ;

4) при  $a \neq -9, a \neq 9, a = 2 \quad x = \frac{a-2}{a-9}$ .

3. При каких значениях  $b$  уравнение  $2 + 4x - bx = 3 + x$  имеет отрицательное решение?

а) при  $b < 3$ ;

б) при  $b < 2$ ;

в) при  $b > 3$ .

4. При каких значениях  $a$  произведение корней уравнения  $x^2 - 7x + 3a^2 - 8a + 6 = 0$  равно 1?

а) при  $a = 3, a = 5$ ;

б) при  $a = -1, a = -1\frac{2}{3}$ ;

в) при  $a = 1, a = 1\frac{2}{3}$ .

5. При каком значении  $b$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 - (b + 4)x + b - 2 = 0$  принимает наименьшее значение?

- а) при  $b = 1$ ;
- б) при  $b = -3$ ;
- в) при  $b = 3$ .